

Instabilité globale d'une couche limite décollée

By **Frédéric ALIZARD**, Jean-Christophe ROBINET

Laboratoire SINUMEF, ENSAM CER de PARIS
151, Boulevard de l'Hôpital,
75013 PARIS, FRANCE

Introduction

- Objectif :
Décrire précisément la dynamique spatio-temporelle d'une couche limite décollée incompressible,
- Applications :
 - Profils d'aile à bas nombre de Reynolds,
 - Ecoulements sur une marche, sur une bosse.
- Particularités :
Fortes instabilités même à bas Reynolds, compétitions entre différents types d'instabilités (locale/globale, convectif/absolu)
- Conséquence : augmentation de la traînée, chute de la portance.
- Prédiction de sa structure et de ses caractéristiques via une étude de stabilité linéaire.
 - Instabilités convectives : réponse à un forçage (Dovgal et al. 1993),
 - Instabilités globales : oscillations auto-entretenues de l'écoulement (Hammond & Redekopp 1998).

Plan de la présentation

- Présentation du champ de base,
- Étude de la nature des instabilités : transition convective / absolue,
- Étude des instabilités globales,
- Perspectives.

Champ de base (1)

- Nécessité d'avoir un écoulement de retour important (Rist *et al.* 2002, Hammond & Redekopp 1998) :

- Ecoulement de base : famille de solution de type Falkner-Skan.

$$f''' + f f'' + \beta (1 - f'^2) = 0$$

$$f(0) = f'(0) = 0 \text{ et } f'(\eta \rightarrow \infty) \rightarrow 1$$

- La solution est $\bar{U}(\eta; \beta) = f'(\eta; \beta)$

- On définit une famille de solution à trois paramètres :

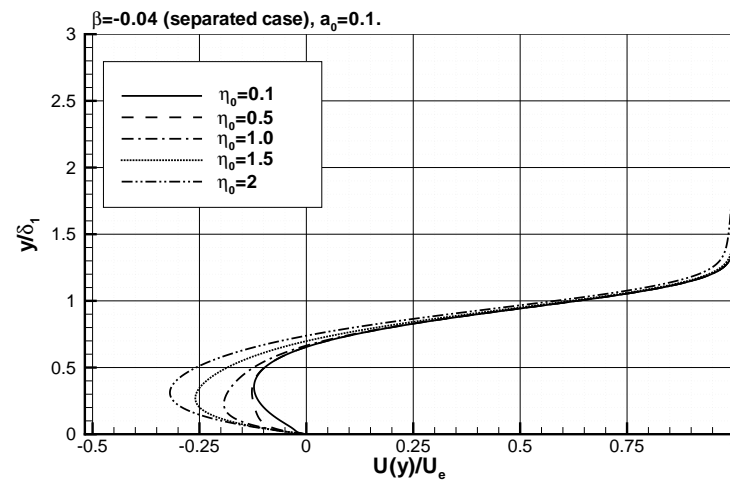
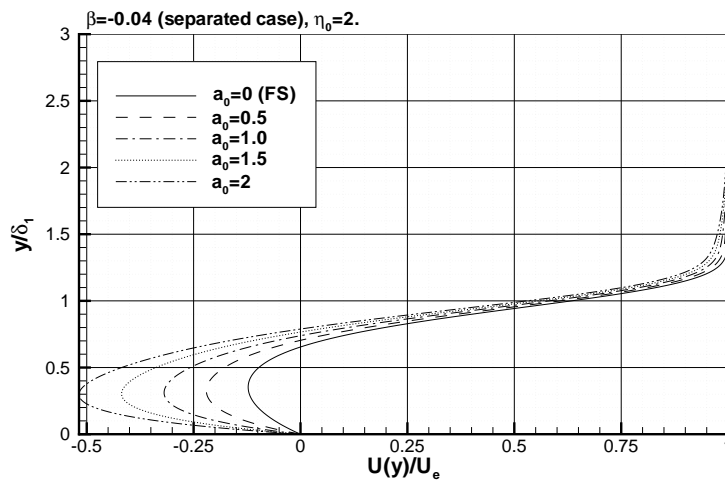
$$\bar{U}(\eta; a, \eta_0, \beta) = f'(\eta; \beta) - a\eta \exp[-(\eta - \eta_0)/\eta_0],$$

avec

$$a(x) = a_0 \exp\left[-(x - x_2)^2 / \sigma^2\right]$$

Champ de base (2)

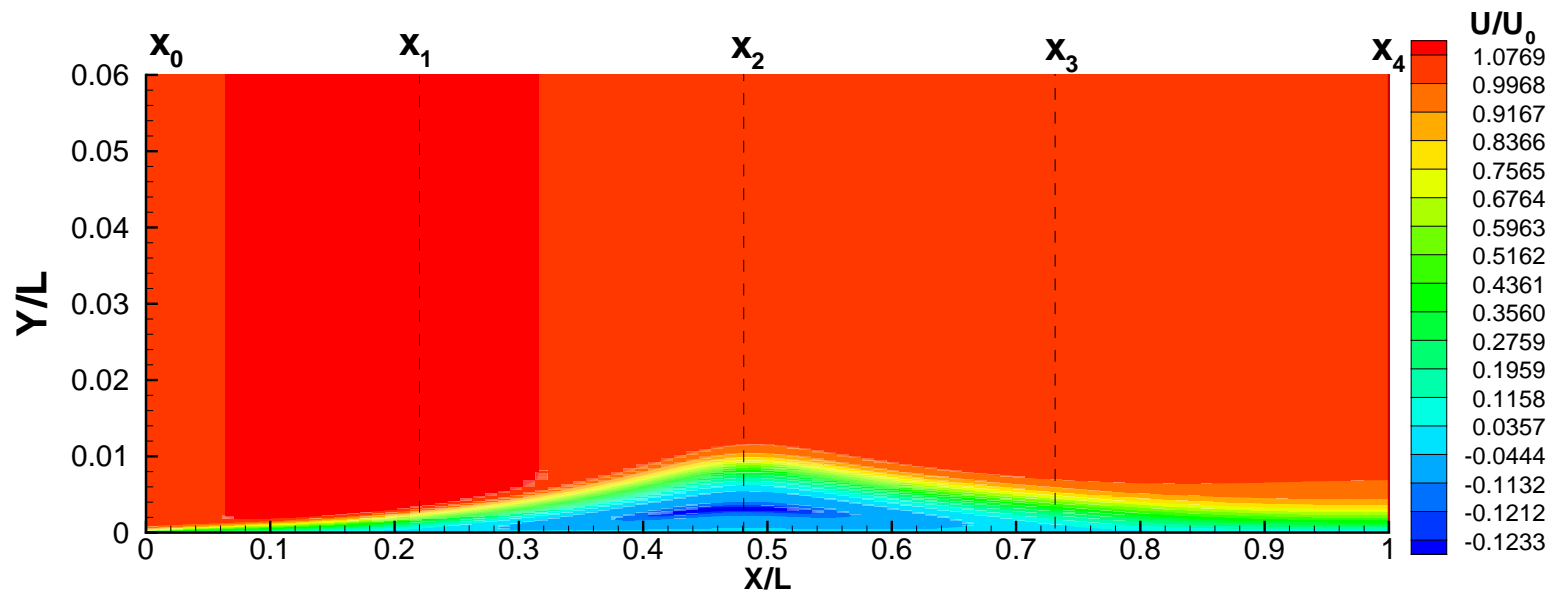
● Influences et rôles des paramètres : a_0 , η_0 et β



A gauche : η_0 fixé ($\eta_0 = 2$), a_0 variant, à droite : a_0 fixé ($a_0 = 0.1$) η_0 variant.

Champ de base (3)

- Ecoulement de base solution des équations de Falkner-Skan modifiées ($a_0 = 0.1$, $\eta_0 = 2$)



Evolution des lignes iso- $\overline{U}(x, y)$.

Étude locale de la nature des instabilités, transition C/A (1)

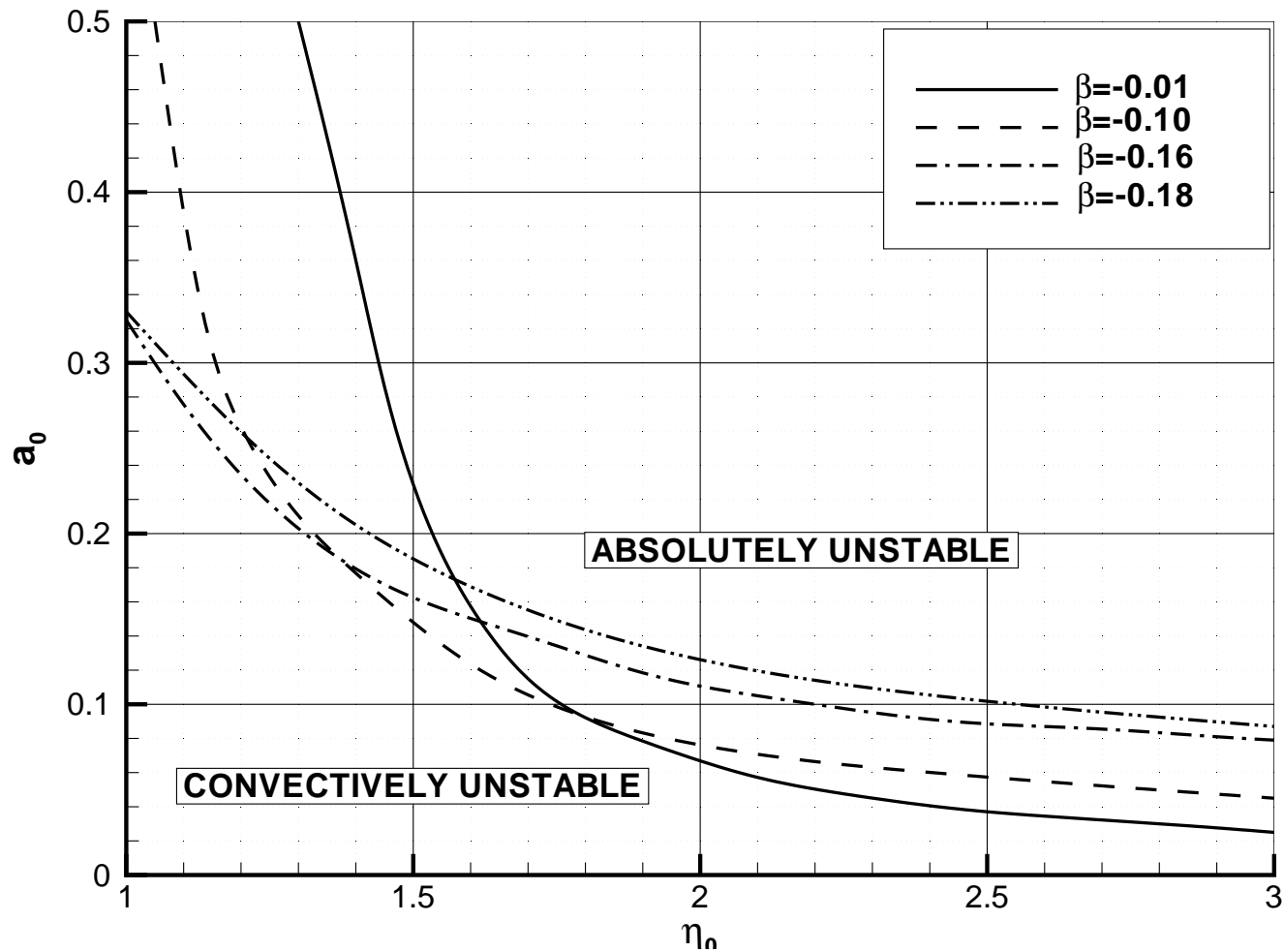
● Rappels et généralités :

- Théorie localement parallèle; on étudie la réponse à une impulsion localisée en temps, et en espace.
- Celle-ci prend alors la forme d'un paquet d'onde dépendant uniquement du rayon x/t .
- Le profil est alors absolument instable si les bords du paquet d'onde se propagent en aval et en amont de l'écoulement. On peut ainsi étudier le rayon $x/t = 0$
- En pratique on cherche le pincement entre les branches spatiales k_+ et k_- , obtenues par résolution d'Orr-Sommerfeld; si le taux de croissance sur ce rayon est positif alors l'écoulement est absolument instable (Huerre & Monkewitz 1985).
- Cela revient aussi à rechercher les zéros de

$$\mathcal{D}(\omega, \alpha; \text{Re}, \beta, a_0, \eta_0) = 0 \text{ et } \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \alpha}(\omega, \alpha; \text{Re}, \beta, a_0, \eta_0) = 0$$

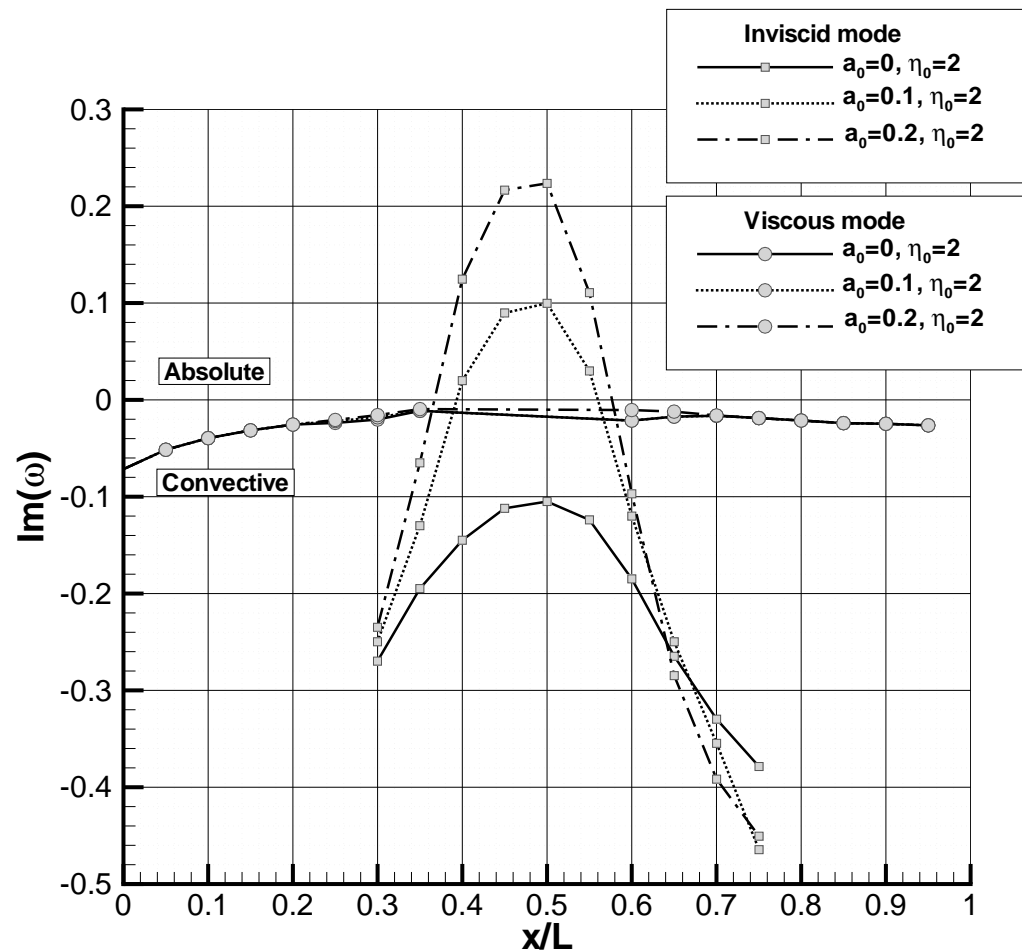
Étude locale de la nature des instabilités, transition C/A (2)

- Transition convective/ absolue en fonction des paramètres (a_0, η_0)



Étude locale de la nature des instabilités, transition C/A (3)

- Existence d'une zone absolument instable, suivi des pincements de branches k_+/k_- suivant x



Étude des instabilités globales (1)

- Théorie issue de l'article de Chomaz *et al.* (1991)
- Hypothèse de faiblement non parallèle (théorie WKB), une échelle lente en x est introduite :

$$X = \varepsilon x$$

- Les propriétés locales sont ainsi définies à chaque X : $\omega_0(X)$, $\alpha_0(X)$...
- Les caractéristiques des modes globaux sous des hypothèses WKB font intervenir des propriétés d'instabilités locales de l'écoulement.
- Les caractéristiques locales sont prises autour du point X_s qui est définie comme étant un point selle dans le plan X complexifié :

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial X}(X_s) = 0$$

- Au premier ordre, le mode global est alors défini par :

$$\omega_G = \omega_0(X_s) + \mathcal{O}(\varepsilon)$$

Étude des instabilités globales (2)

- L'équation de dispersion est approximée via un développement de Taylor autour des caractéristiques locales de l'instabilité absolue,

$$\omega(X) = \omega_0(X) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \alpha^2} (\alpha - \alpha_0(X))^2$$

- Dans l'espace physique, la relation de dispersion précédente peut être associée à l'équation :

$$i \left(\frac{\partial A}{\partial t} - \alpha_0(X) \frac{\partial^2 \omega}{\partial \alpha^2} \frac{\partial A}{\partial X} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \alpha^2} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \left(\omega_0(X) + \frac{1}{2} \alpha^2(X) \frac{\partial^2 \omega}{\partial \alpha^2} \right) A = 0$$

- C'est l'équation de Ginzburg-Landau linéarisée autour des caractéristiques locales de l'instabilité absolue.

Étude des instabilités globales (3)

- Sous ces hypothèses, la perturbation est recherchée sous la forme d'un développement WKB :

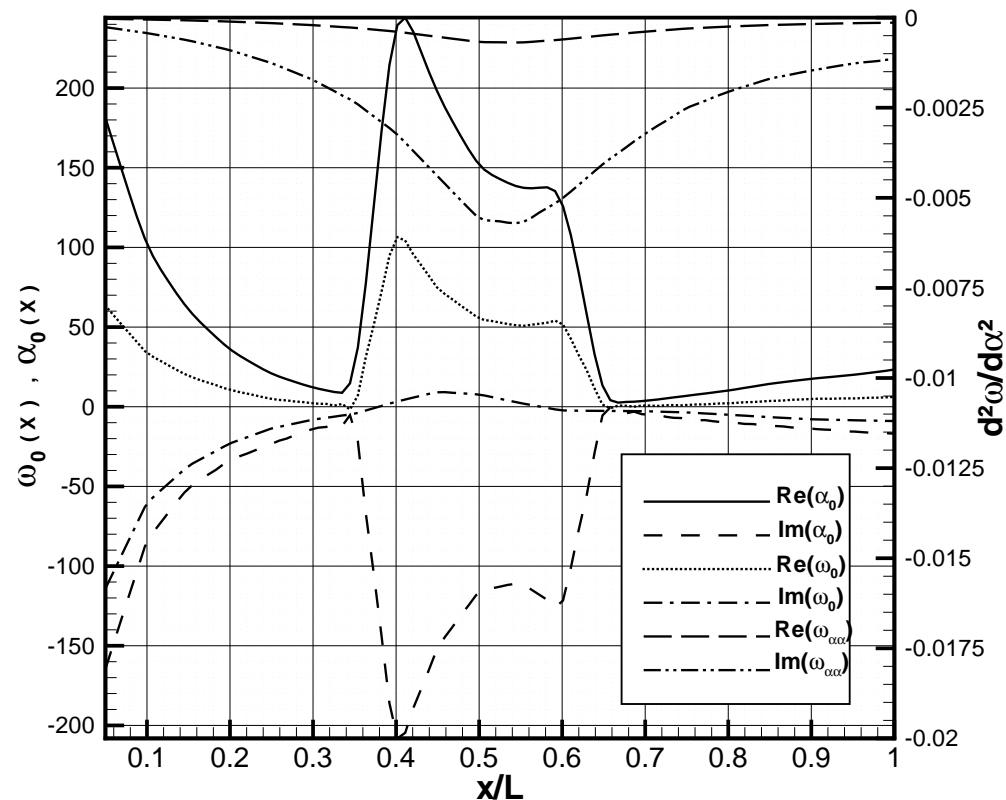
$$A(x, t; \varepsilon) = \phi(X; \varepsilon) \exp \left[\frac{i}{\varepsilon} \int_{X_s}^X \alpha_0(X') dX' \right] \exp(-i\omega_g t)$$

- Le problème ainsi modélisé est un problème aux valeurs propres où ω_g est la valeur propre et ϕ la fonction propre :

$$\varepsilon^2 \frac{d^2 \phi}{dX^2} + \left[\frac{2(\omega_g - \omega_0(X))}{d^2 \omega / d\alpha^2(X)} + i\varepsilon \frac{d\alpha_0}{dX}(X) \right] \phi(X; \varepsilon) = 0$$
$$\phi(X_0; \varepsilon) = \phi(X_4; \varepsilon) = 0$$

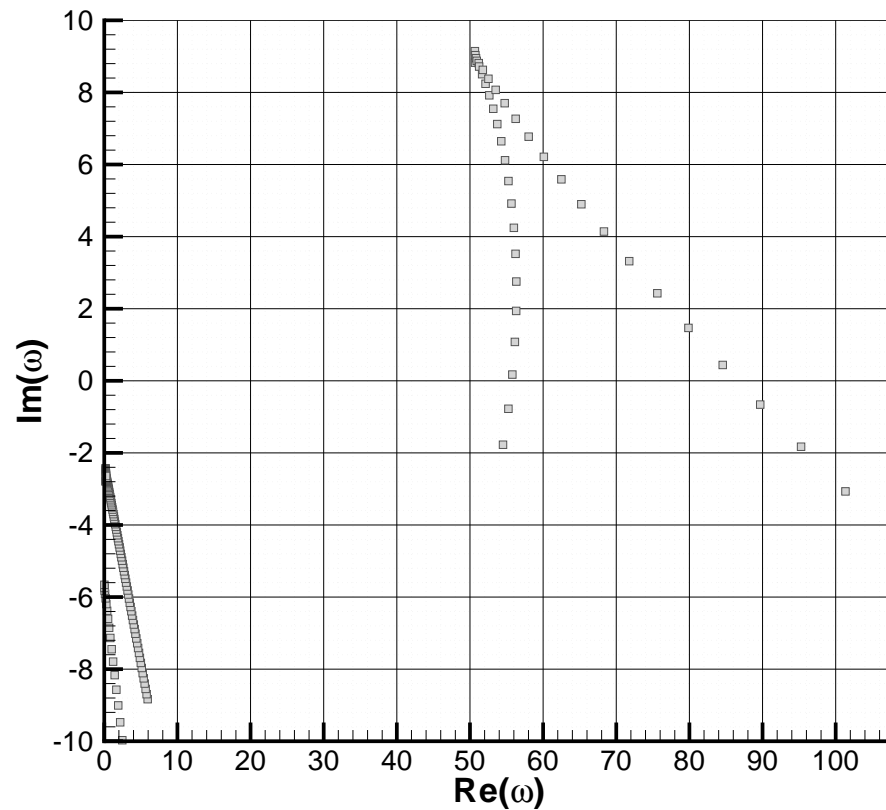
Étude des instabilités globales (4)

- Suivi des branches $\omega_0(X)$, $\alpha_0(X)$, $a_0 = 0.1$ $\eta_0 = 2$,
- Paramètres d'adimensionnalisation globaux,
- Existence de 2 modes instables dans la zone décollée,



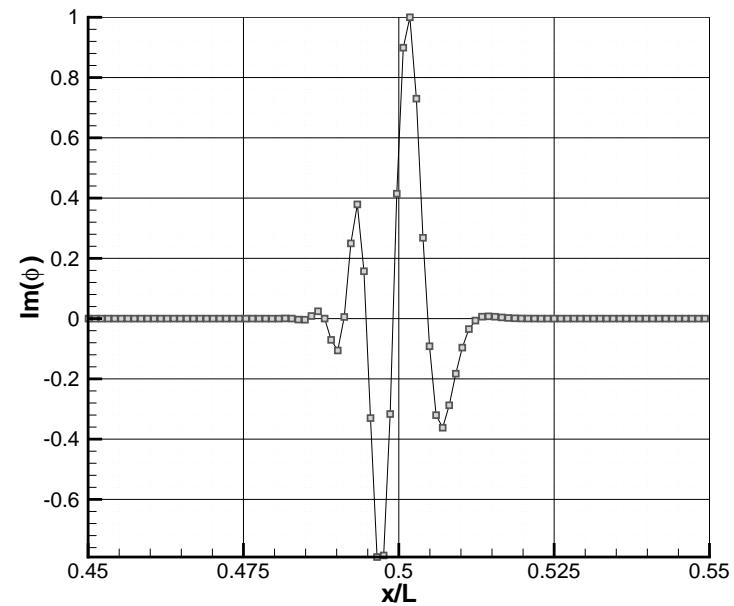
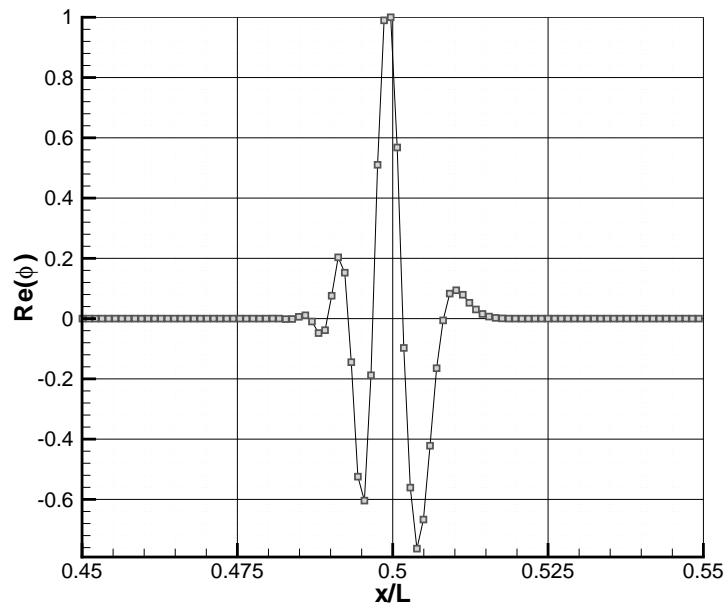
Étude des instabilités globales (5)

- Calcul du spectre des valeurs propres de l'opérateur discrétisé,
- Cas $a_0 = 0.1$, $\eta_0 = 2$.



Étude des instabilités globales (6)

- Calcul des fonctions propres du mode le plus instable,
- Cas $a_0 = 0.1$, $\eta_0 = 2$.



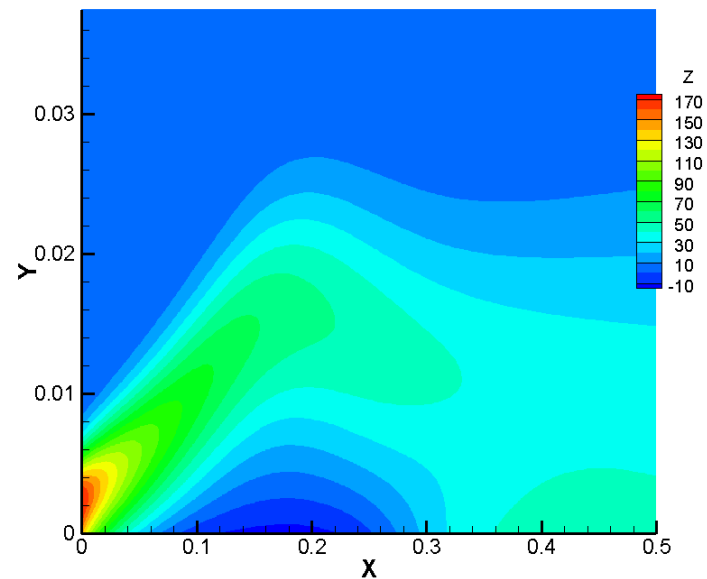
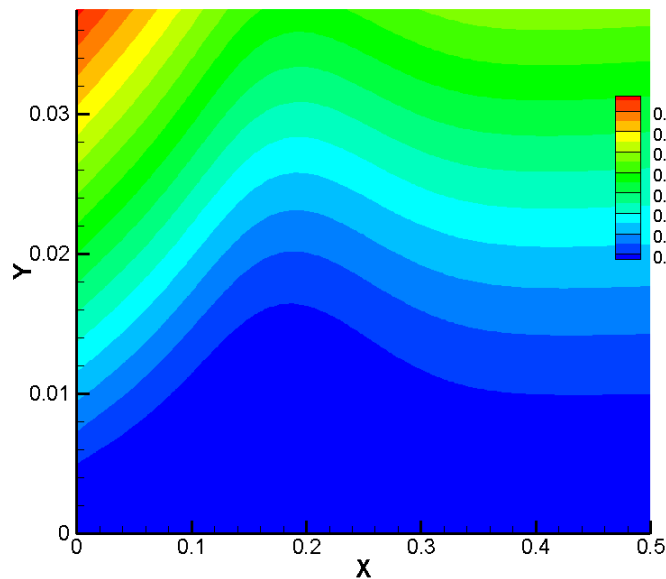
Partie réelle à gauche, partie imaginaire à droite.

Perspectives (1)

- Extension de cette analyse aux perturbations tridimensionnelles. La vitesse de groupe est un vecteur.
- Étude de la stabilité "BiGlobal" (Theofilis *et al.* 2000, Proceedings of the Royal Society of London).
 - Hypothèse de faible parallélisme relaxée.
 - Perturbations 3D.
 - Étude d'écoulements de base décollés issus de la DNS.
- Compétition entre deux types d'instabilités : convectives et globales.

Perspectives (2) : calculs préliminaires

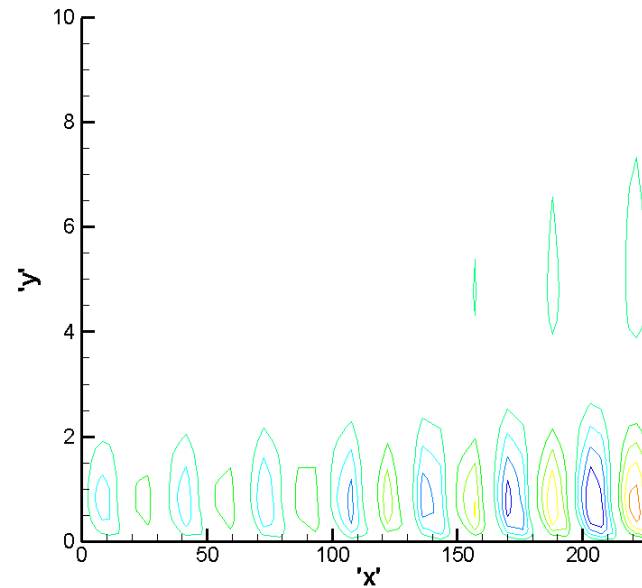
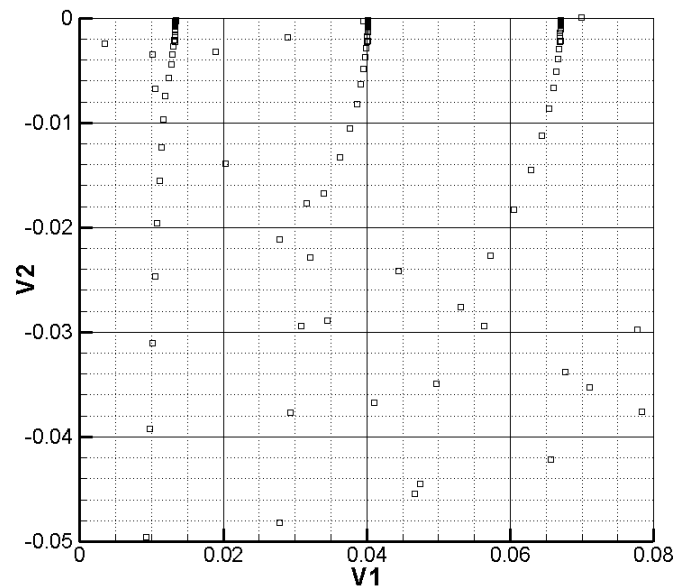
- Etude d'une couche limite décollée solution des équations de Navier-Stokes bidimensionnelles stationnaires,
- Un profil de vitesse $U_e(x)$ est imposé à la frontière supérieure du domaine,
- Le nombre de Reynolds global est : $Re=20833$.



Iso-fonction de courant à gauche, iso-orticité à droite.

Perspectives (2) : résultats préliminaires

- Calcul d'une couche limite de Blasius solution des équations de Navier-Stokes bidimensionnelles stationnaires,
- Etude de la stabilité BiGlobal de cette couche limite pour une perturbation bidimensionnelle,
- Le nombre de Reynolds local aval est : $Re=610$.



Spectre de l'opérateur discret à gauche, iso partie réelle de la vitesse longitudinale à droite.